

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLMOUCI

PŘIRODOVĚDECKÁ FAKULTA
OBOR INFORMATIKA, 2. ROČNÍK

**Práce v L^AT_EXu do předmětu
Informatická propedeutika 2**

Anton Kuzmin

V Olomouc, dne 28. prosince 2008.

Obsah

1	Derivace funkce	3
1.1	Definice derivace	3
1.2	Definice derivace složené funkce	3
1.3	Základní vzorce pro derivace elementárních funkcí	3
2	Matice	3
2.1	Jednotková matice	3
2.2	Obecná matice	4
3	Pravidla pro derivace a integrování	4
4	Obrázek v METAPOSTu	5

1 Derivace funkce

1.1 Definice derivace

Mějme funkci f definovanou na jistém okolí bodu x_0 . Existuje-li vlastní limita $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ nazýváme ji derivací funkce f v bodě x_0 .

Příklad: Vypočtete derivace funkce $g : y = x$ v bodě x_0 .

$$g'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = 1.$$

Funkce f má v intervalu (a, b) derivaci, jestliže má derivaci v každém bodě intervalu (a, b) . Má-li funkce f v bodě x_0 derivaci, je v tomto bodě spojitá. Máme-li funkci f definovanou na levém a pravém okolí bodu x_0 , pak existuje $\lim_{(\Delta x \rightarrow 0^+)} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$, kterou nazýváme derivace funkce f v bodě x_0 zleva nebo zprava.

1.2 Definice derivace složené funkce

Jestliže funkce $z = g(x)$ má derivaci v bodě x_0 a jestliže $y = f(z)$ má derivaci v bodě $z_0 = g(x_0)$, má složená funkce $y = (f \circ g)(x) = (f)g(x)$, derivaci v bodě x_0 a platí:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x_0)) * g'(x_0)$$

Derivace složené funkce $y = f(z)$, kde $z = g(x)$, v bodě x_0 je tedy součinem dvou čísel: hodnoty derivace vnější funkce $f(z)$ podle z v bodě $z_0 = g(x_0)$ a hodnoty vnitřní funkce $g(x)$ podle x v bodě x_0 .

1.3 Základní vzorce pro derivace elementárních funkcí

- 1) $(c)' = 0, c \in \mathbb{R}$
- 2) $(x^n)' = nx^{n-1}, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$
- 3) $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, \alpha \in \mathbb{R}, x \in (0, +\infty)$
- 4) $(e^x)' = e^x, x \in \mathbb{R}$
- 5) ...

2 Matice

2.1 Jednotková matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.2 Obecná matice

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nn} \end{pmatrix}$$

3 Pravidla pro derivace a integrování

- Derivace

- I. $[c]' = 0$
- II. $[x^n]' = nx^{n-1}$
- III. - VI. ...
- VII. $[\sin x]' = \cos x$
- VIII. $[\cos x]' = -\sin x$
- IX. $[\cot x]' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
- X. ...
- XI. $[\arcsin x]' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- XII. $[\arccos x]' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- XIII. - XIV. ...
- XV. $[f(x)^{g(x)}]' = f(x)^{g(x)}[g'(x) \ln f(x) + g(x) \frac{f'(x)}{f(x)}], f(x) > 0$

- Integrace ¹

Integral	Vysledek
$\int \sin x dx$	$-\cos + c$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$	$\tan + c$
$\int \frac{1}{A^2-x^2} dx$	$\frac{1}{2A} \ln \left \frac{A+x}{A-x} \right + c$

¹Uvádí se jen vybraná pravidla pro integrování, ne všechny jak v případě Derivací

4 Obrázek v METAPOSTu

