Univerzita Palackého v Olomouci

Přirodovědecká fakulta
obor Informatika, 2. ročník

Práce v LaTeXu do předmětu Informatická propedeutika 2

Anton Kuzmin

V Olomouc, dne 28. prosince 2008.

Obsah

1 Derivace funkce

1.1 Definice derivace

Mějme funkci f definovanou na jistém okolí bodu x_0. Existuje-li vlastní limita $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ nazýváme ji derivací funkce f v bodě x_0.

Příklad: Vypočtěte derivace funkce $g : y = x$ v bodě x_0.

$$g^{'}(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = 1.$$

Funkce f má v intervalu (a, b) derivaci, jestliže má derivaci v každém bodě intervalu (a, b). Má-li funkce f v bodě x_0 derivaci, je v tomto bodě spojitá. Máme-li funkci f definovanou na levém a pravém okolí bodu x_0, pak existuje $\lim_{(\Delta x \to 0^{+}_{-})} \frac{(f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$, kterou nazýváme derivace funkce f v bodě x_0 zleva nebo zprava.

1.2 Definice derivace složené funkce

Jestliže funkce $z = g(x)$ má derivaci v bodě x_0 a jestliže $y = f(z)$ má derivaci v bodě $z_0 = g(x_0)$, má složená funkce $y = (f^{\circ}g)(x) = (f)g(x))$, derivaci v bodě x_0 a platí:

$$(f^{\circ}g)^{'}(x) = f^{'}(g(x_0) * g^{'}(x_0)$$

Derivace složené funkce $y = f(z)$, kde $z = g(x)$, v bodě x_0 je tedy součinem dvou čísel: hodnoty derivace vnější funkce $f(z)$ podle z v bodě $z_0 = g(x_0)$ a hodnoty vnitřní funkce $g(x)$ podle x v bodě x_0.

1.3 Základní vzorce pro derivace elementárních funkcí

1) $(c)^{'} = 0, c \in \mathbb{R}$
2) $(x^n)^{'} = nx^{n-1}, n \in N, x \in \mathbb{R}$
3) $(x^{\alpha})^{'} = \alpha x^{\alpha-1}, \alpha \in \mathbb{R}, x \in (0, +\infty)$
4) $(e^x)^{'} = e^x, x \in \mathbb{R}$
5) ...

2 Matice

2.1 Jednotková matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.2 Obecná matice

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nn} \end{pmatrix}$$

3 Pravidla pro derivace a integrování

- Derivace
  - I. $[c]^{'} = 0$
  - II. $[x^n]^{'} = nx^{n-1}$
  - III. - VI. ...
  - VII. $[\sin x]^{'} = \cos x$
  - VIII. $[\cos x]^{'} = -\sin x$
  - IX. $[\cot x]^{'} = -\frac{1}{\sin^2 x}$
  - X. ...
  - XI. $[\arcsin x]^{'} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
  - XII. $[\arccos x]^{'} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
  - XIII. - XIV. ...
  - XV. $[f(x)^{g(x)}]^{'} = f(x)^{g(x)}[g^{'}(x)\ln f(x) + g(x)\frac{f^{'}(x)}{f(x)}], f(x) > 0$
- Integrace [1]

Integral	**Vysledek**
$\int \sin x dx$	$-\cos + c$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$	$\tan + c$
$\int \frac{1}{A^2 - x^2} dx$	$\frac{1}{2A} \ln \lvert \frac{A+x}{A-x} \rvert + c$

[1] Uvádí se jen vybraná pravidla pro integrování, ne všechny jak v případě Derivací

4 Obrázek v METAPOSTu